Introduction à la Tomographie

Thibault Marzais

LAIC
IUT département Informatique BP 86
63173 AUBIÈRE CEDEX
FRANCE
marzais@laic.u-clermont1.fr

26/27 Octobre 2006

Définitions

Imagerie

- Les techniques d'imagerie médicale permettent de visualiser un patient. (Radio, IRM, Tomographie, ...)
- Cette visualisation se résume à la production d'une image.
- Les images (en informatique) sont des tableaux de valeurs. (Matrices)

Définitions

Imagerie

- Les techniques d'imagerie médicale permettent de visualiser un patient. (Radio, IRM, Tomographie, ...)
- Cette visualisation se résume à la production d'une image.
- Les images (en informatique) sont des tableaux de valeurs. (Matrices)

Tomographie

- Tomographie par émission de positrons
- Équivalent à une projection du patient

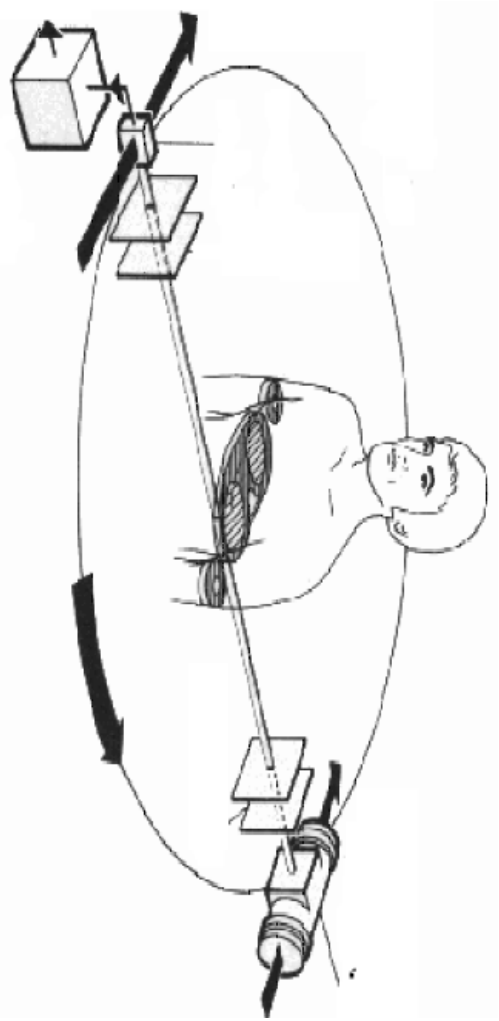


Figure: Dispositif de prise d'images

Tomographie (1)

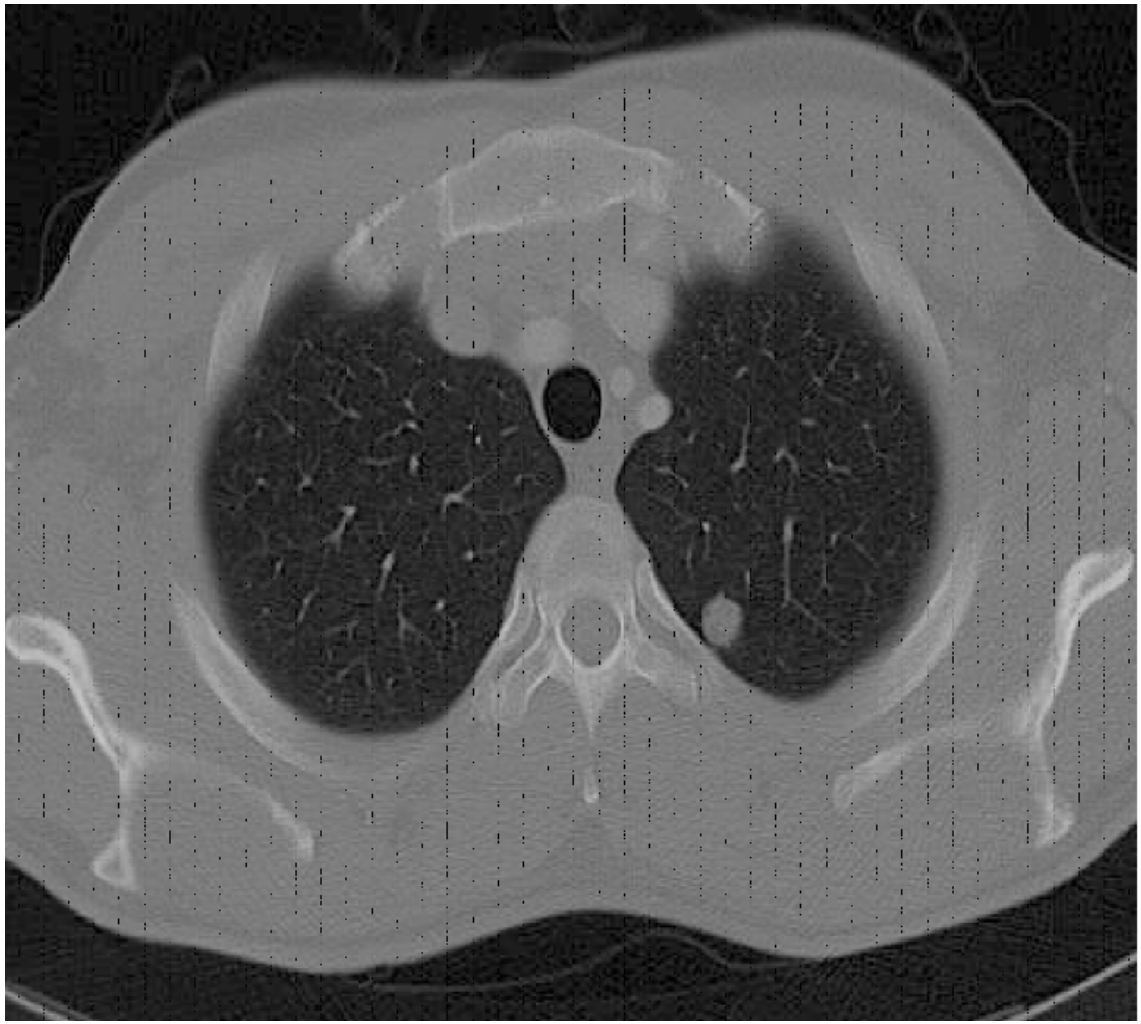
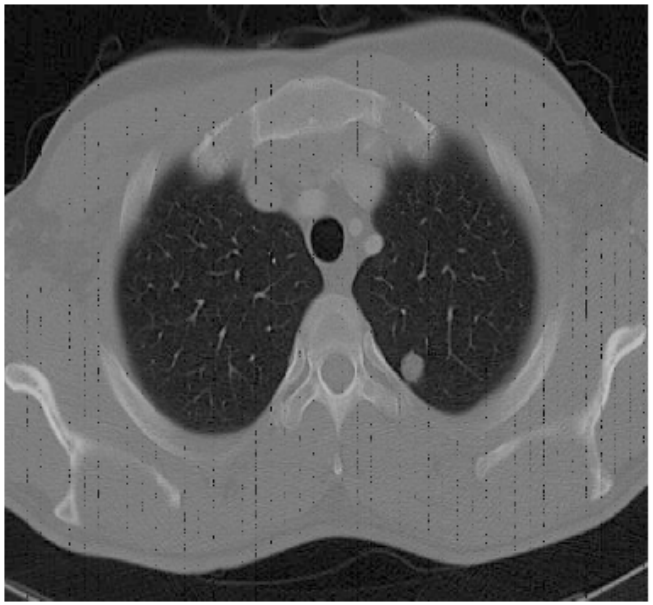
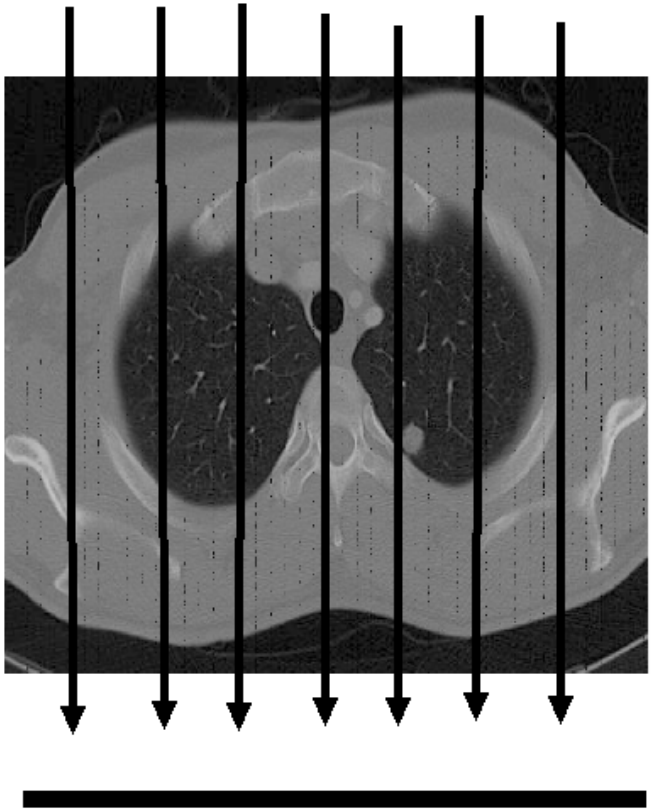


Figure: Ce qu'on souhaite obtenir

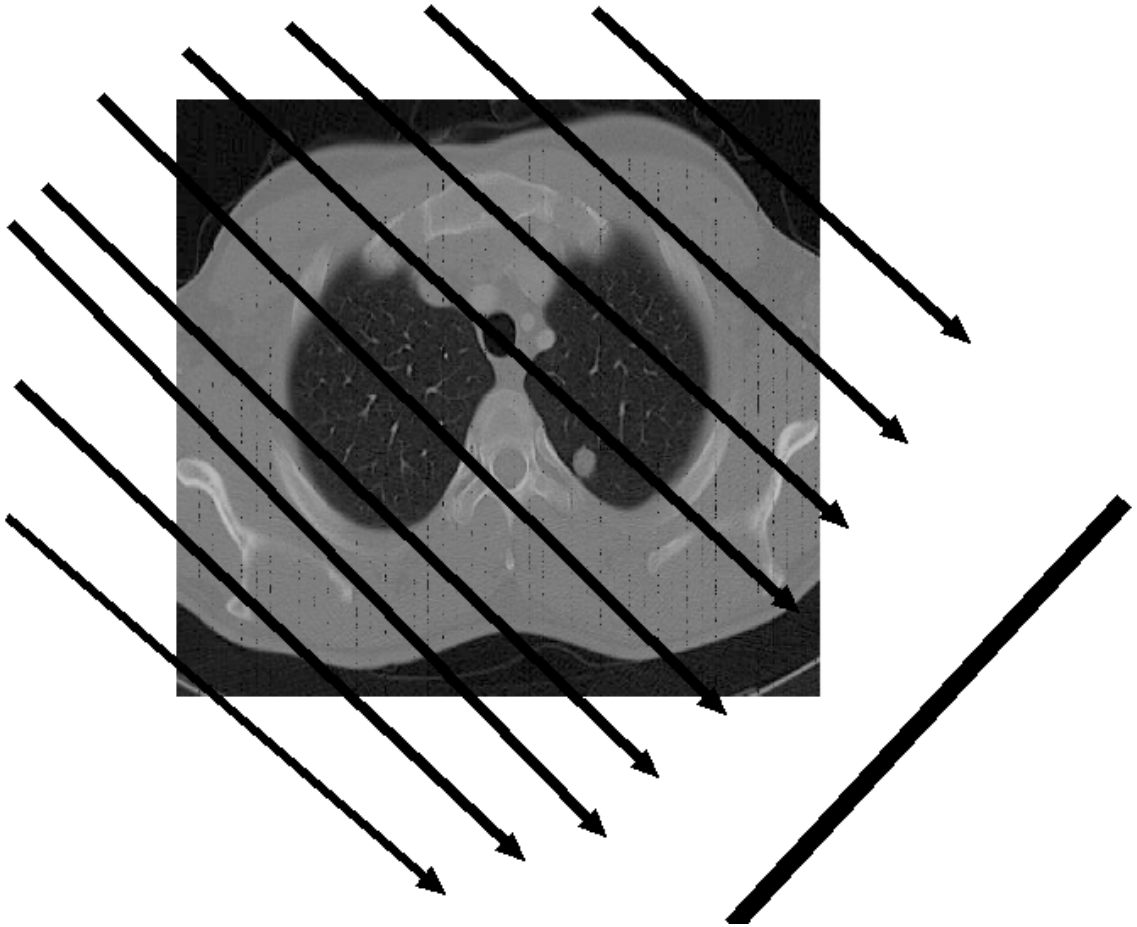
Tomographie (2)



Tomographie (2)



Tomographie (2)



Tomographie discrète (1)

Reconstruction de la coupe du patient

- On cherche à reconstruire une découpe du patient
- On considère cette découpe comme une image.
- Chaque projection renseigne sur les données initiales de l'image

Tomographie discrète (2)

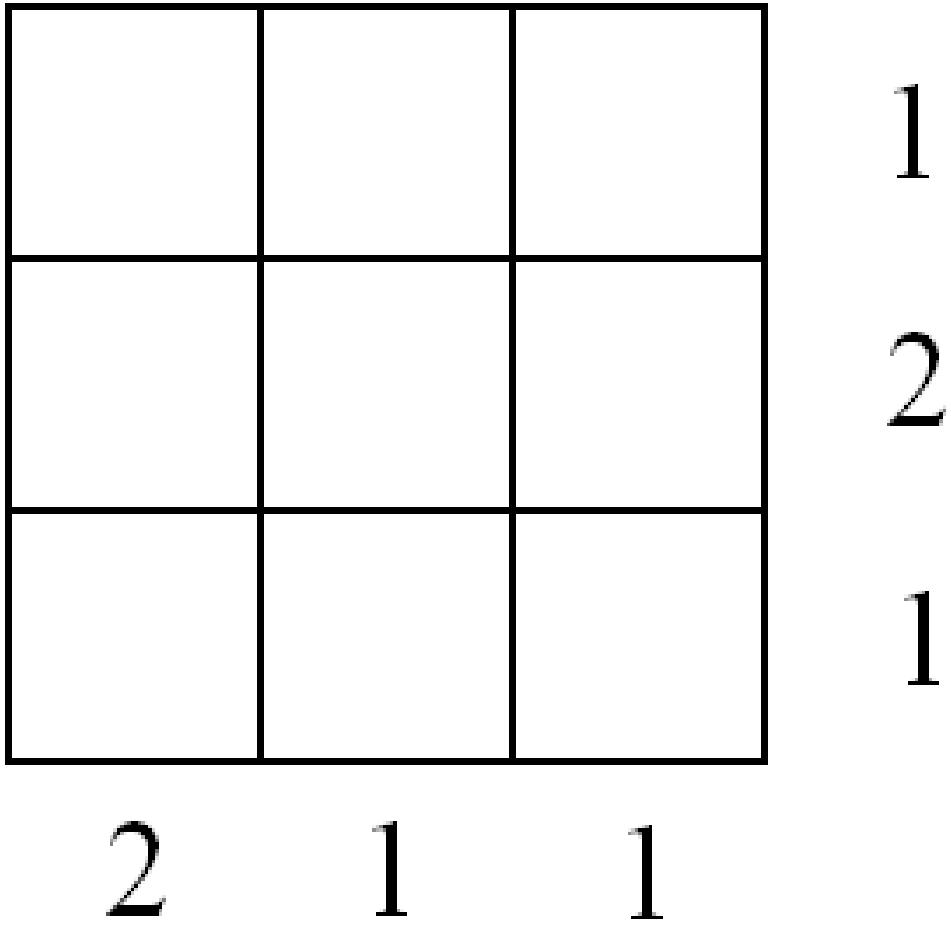
Tomographie discrète (3)

Exercices simples

- Images noir et blanc (matrice de 0 et de 1)
- Images restreintes 3×3 ou 4×4
- Deux projections

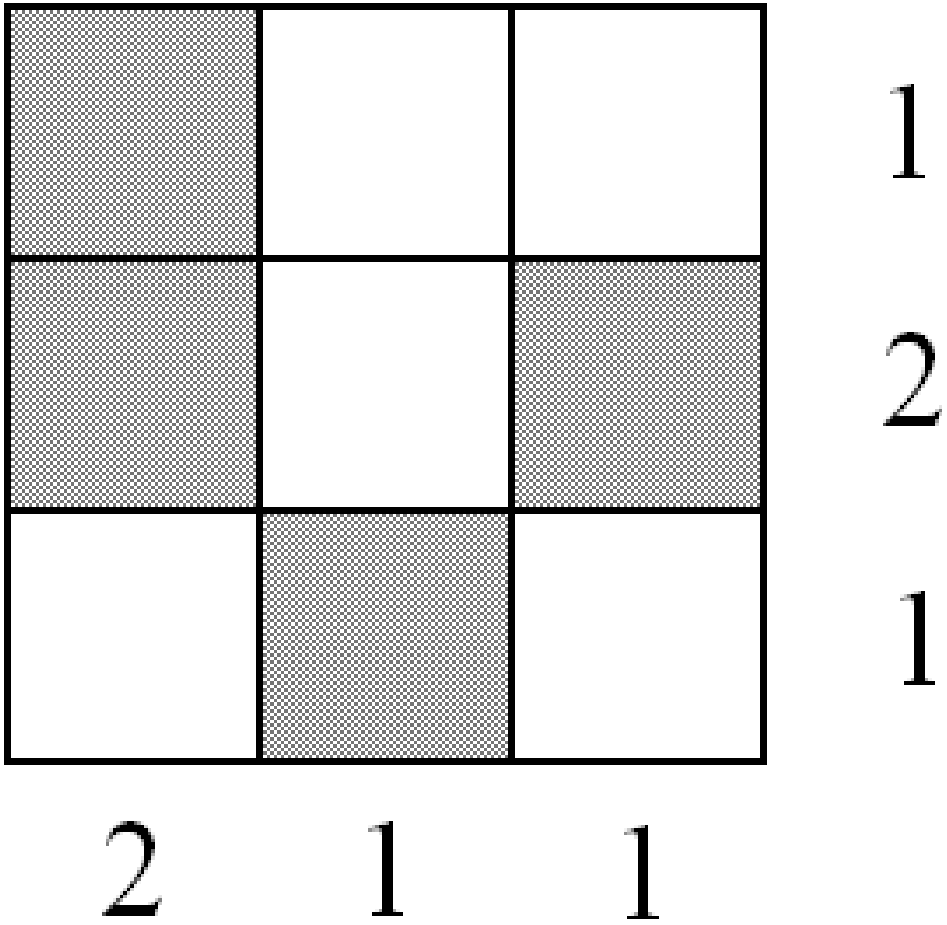
Tomographie discrète (4)

Exercices



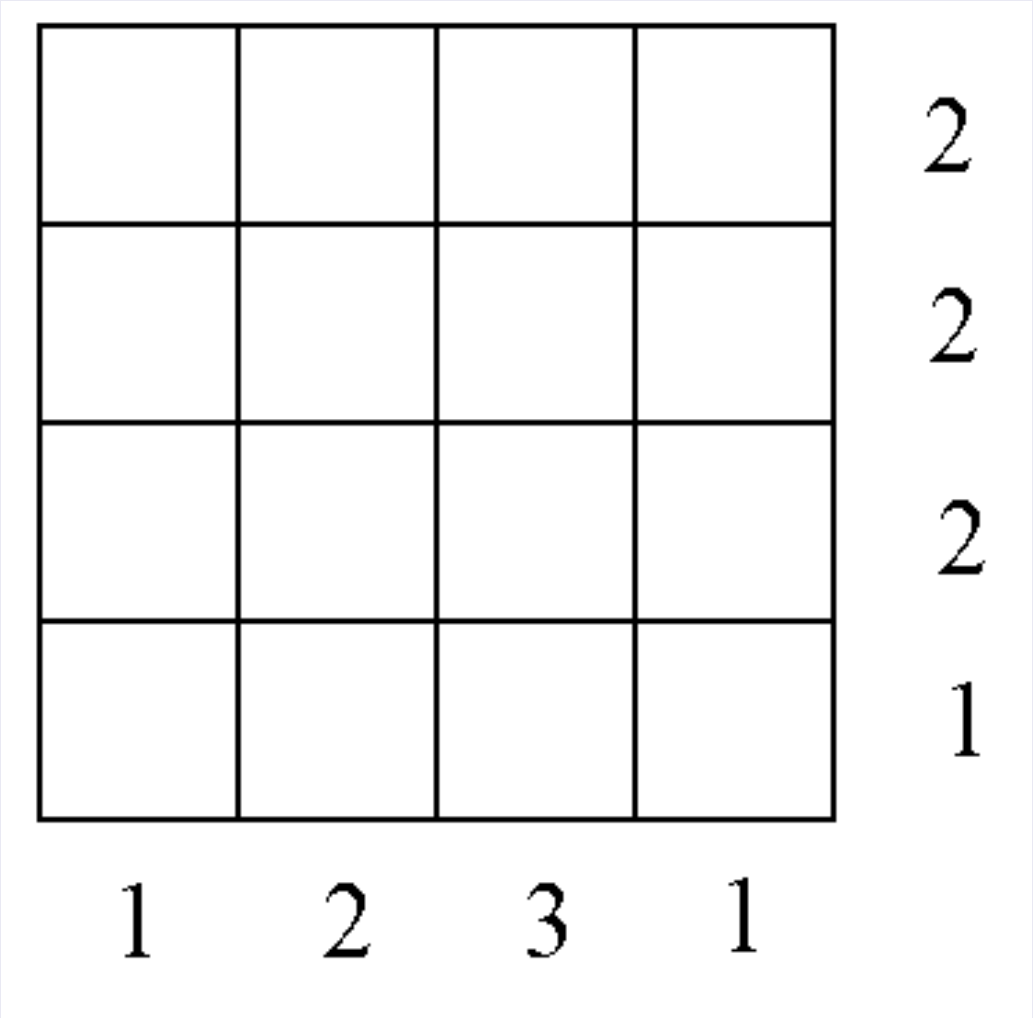
Tomographie discrète (4)

Exercices



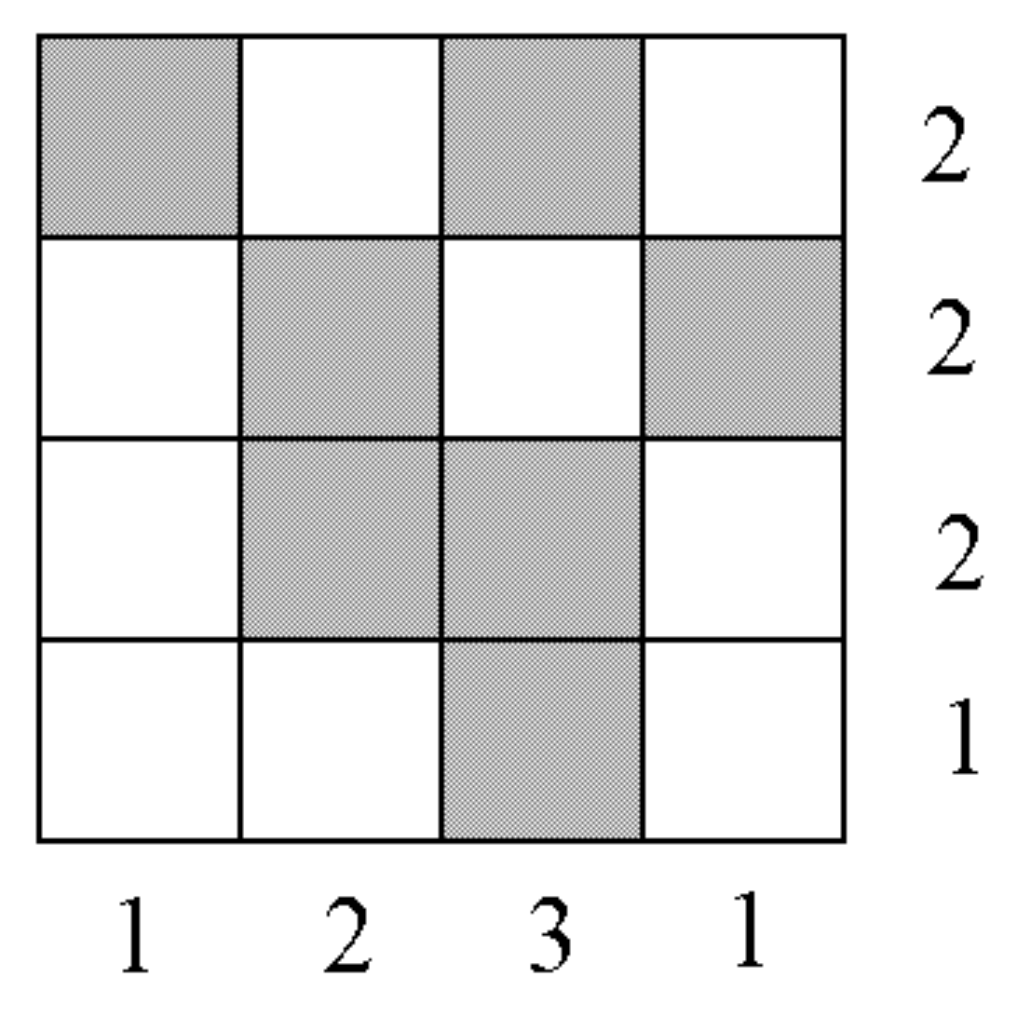
Tomographie discrète (5)

Exercices

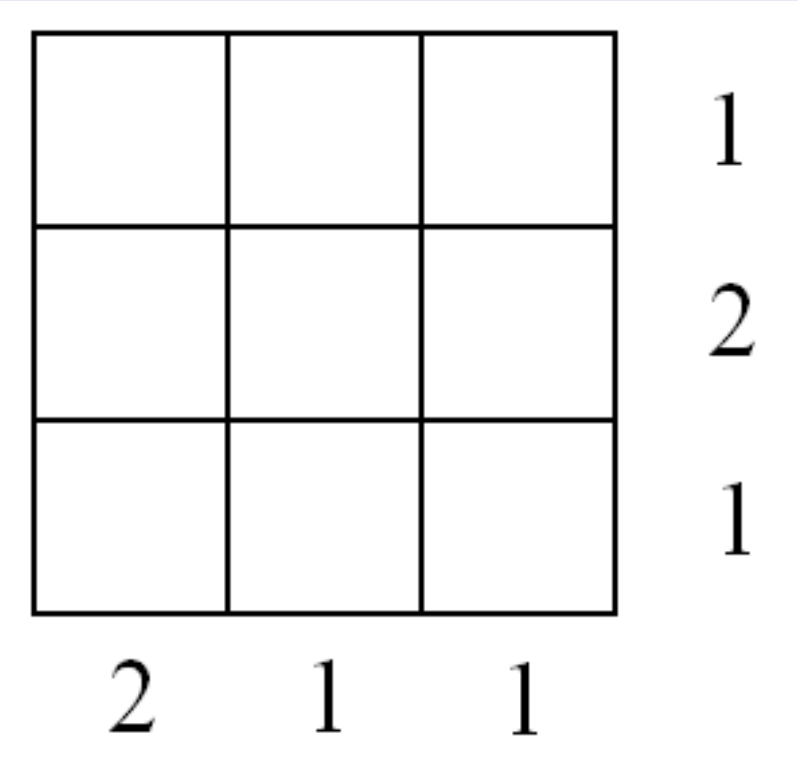


Tomographie discrète (5)

Exercices



Mise en équation



$$a_{11} + a_{12} + a_{13} = 1$$
$$a_{21} + a_{22} + a_{23} = 2$$
$$a_{31} + a_{32} + a_{33} = 1$$

$$a_{11} + a_{21} + a_{31} = 2$$
$$a_{12} + a_{22} + a_{32} = 1$$
$$a_{13} + a_{23} + a_{33} = 1$$

Résolution

- Rammener le tout à un système d'équations

$$Ax = B$$

  x étant le vecteur inconnu contenant les valeurs de la matrice image. $x = \{a_{ij}\}_{i,j}$
- Ce système n'est pas à priori faisable simplement:
  - $B \in Im(A)$: infinité de solutions
  - A matrice carrée inversible : solution unique
  - $B \notin Im(A)$: résolution exacte impossible
    $\rightarrow$ Méthode de résolution approchée (moindres carrés, programmation linéaire, ...)

Tomographie : Problème théorique continu

- On considère l'image reconstruite comme une fonction $f(x, y)$
- Une projection selon l'axe Δ est $p_\Delta = \int_\Delta f(x, y) d\delta$
- Théorèmes de rétroprojection
  - Rétroprojecion simple
    On peut trouver THÉORIQUEMENT la fonction $f(x, y)$ à l'aide des projections Δ_i (en nombre suffisant) en appliquant une fonction g :

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^{NbProj} g(p_{\Delta_i})$$

Géométrie discrète et Tomographie (1)

Tomographie discrète : Problème théorique

- Une direction donnée, un champ de droites discrètes forme un partitionnement de $\mathbb{Z}^2$
- Un nombre infini de projections, prise avec des degré différents, amène à une résolution exacte
- Plus la résolution de l'image reconstruite est grande, plus la précision l'est. (Et plus les médecins peuvent se prononcer sur l'objet visionné)

Tomographie : Problèmes réels

- Précision des mesures (erreurs dans les instruments de mesure)
- Images en niveaux de gris (256 valeurs par pixels)
- Nombre d'expositions aux radiations limité
  - Réduction du nombre de projections
  - Problèmes de sous-échantillonnage (Shannon)
  - Réduction de la résolution de l'image
- Artéfacts de reconstruction (Star effect)
- Prise en compte d'un organe mobile (coeur)
- Choix de reconstruction "visuellement acceptable" (aux yeux des médecins)
  $\longrightarrow$ Modification du système de contraintes pour faire face aux souhaits des médecins (homogénéïté)

Exemples réels

Figure: Image à reconstruire

Exemple réel

Exemples réels

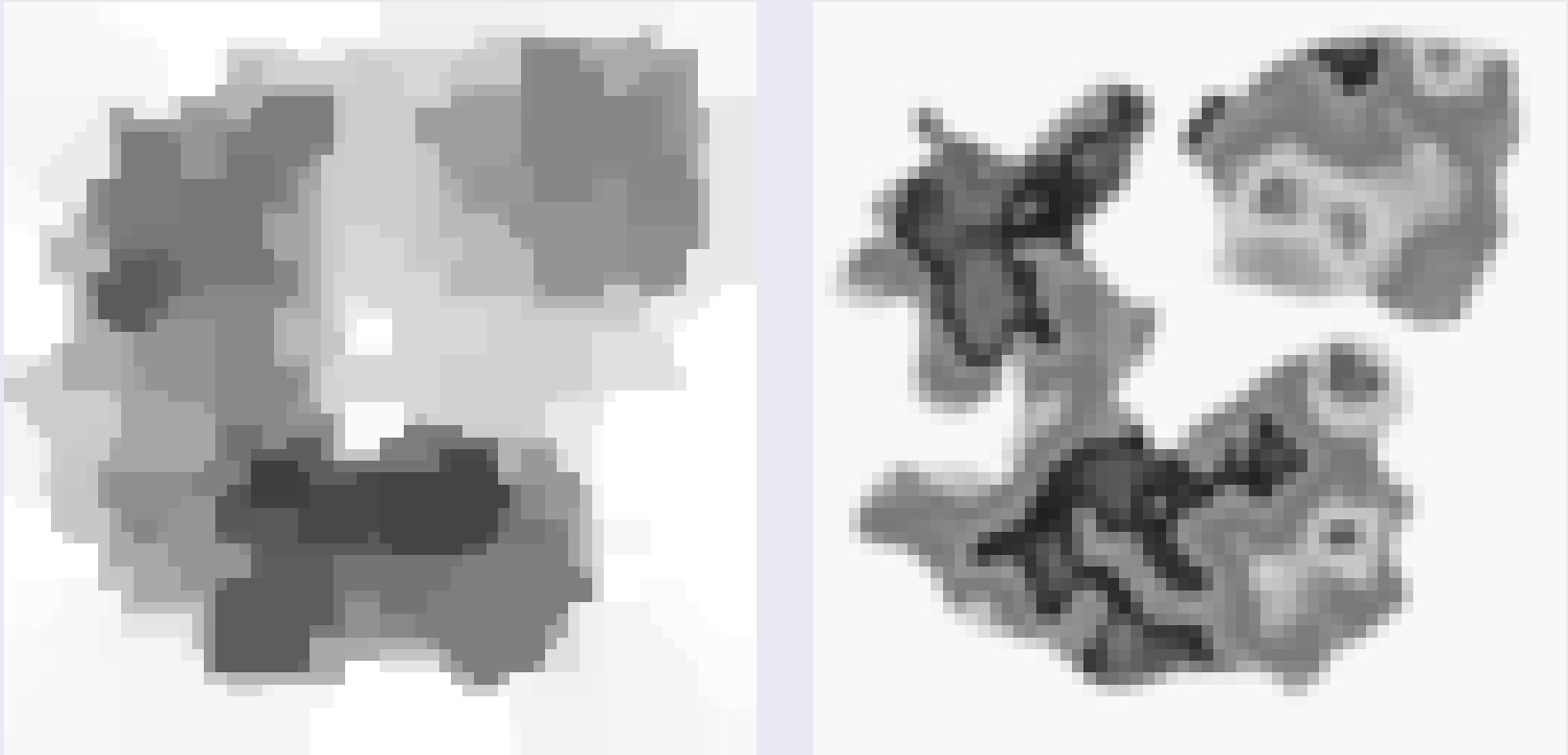


Figure: Image reconstruite avec 4 projections

Exemple réel

Exemples réels

Figure: Image reconstruite avec 16 projections

Conclusion

Bilan

- Utilisation d'un nouvel outil mathématique pour aider à la résolution de problèmes contemporains.
- Contradiction entre problème théorique et problème réel.
- Développer la théorie pour résoudre des problèmes pratiques.